

**Билет № 1**

1. Взаимное расположение двух прямых в пространстве (формулировки и примеры).
2. Касательная плоскость к шару
3. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 см, а апофема — 15 см. Найдите боковое ребро пирамиды.
4. Ребро куба равно  $a$ . Найдите расстояние от вершины куба до его диагонали, соединяющей две другие вершины.

**Билет № 2**

1. Взаимное расположение двух плоскостей (формулировки и примеры).
2. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 17 см, а один из катетов — 8 см, вращается около этого катета. Найдите площадь поверхности тела вращения.
4. Найдите боковую поверхность пирамиды, если площадь основания равна  $S$ , а двугранные углы при основании равны  $\alpha$ .

**Билет № 3**

1. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве (формулировки и примеры).
2. Объем цилиндра.
3. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 4 см, а сторона основания — 6 см. Найдите объем пирамиды.
4. Два равных тара радиуса  $R$  расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Найдите длину линии, по которой пересекаются их поверхности.

**Билет № 4**

1. Свойства параллельных плоскостей.
2. Теорема о боковой поверхности прямой призмы.
3. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ , а его высота равна 12 см. Найдите площадь его боковой поверхности.
4. Через основание трапеции проведена плоскость, отстоящая от другого основания на расстоянии  $a$ . Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до этой плоскости, если основания трапеции относятся как  $m:n$ .

**Билет № 5**

1. Перпендикуляр и наклонная к плоскости (формулировки и примеры).
2. Свойство противоположных граней параллелепипеда.
3. Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см, проведенного на расстоянии 9 см от центра.
4. Через концы отрезка  $AB$ , пересекающего плоскость  $\alpha$ , и его середину  $M$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$  и  $M_1$ . Найдите длину отрезка  $MM_1$  если  $AA_1 = a$ , а  $BB_1 = b$ .

**Билет № 6**

1. Расстояние между скрещивающимися прямыми (формулировка и пример).
2. Площадь боковой поверхности конуса.
3. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 15 см, а один из катетов — 9 см. Найдите площадь сечения, проведенного через середину высоты пирамиды параллельно ее основанию.
4. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $a$  и перпендикулярны плоскости  $\gamma$ . Докажите, что прямая  $a$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

**Билет № 7**

1. Угол между скрещивающимися прямыми (формулировка и пример).
2. Объем призмы.
3. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а высота — 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
4. В цилиндр вписана правильная шестиугольная призма. Найдите угол между диагональю ее боковой грани и осью цилиндра, если радиус основания равен высоте цилиндра.

**Билет №8**

1. Угол между прямой и плоскостью (формулировка и пример).
2. Объем пирамиды.
3. Высота прямой призмы равна 10 см, а ее основанием является прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 8 см. Найдите площадь диагонального сечения.
4. Тело ограничено двумя концентрическими шаровыми поверхностями. Докажите, что его сечение плоскостью, проходящей через центр, равновелико сечению, касательному к внутренней шаровой поверхности.

**Билет № 9**

1. Угол между плоскостями (формулировка и пример).
2. Площадь сферы.
3. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 7 см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
4. Докажите, что площадь поверхности куба равна  $2d^2$ , где  $d$  — диагональ куба.

**Билет № 10**

1. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла (формулировки и примеры).
2. Теорема о боковой поверхности правильной пирамиды.
3. Прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 4 см, вращается около меньшей стороны. Найдите площадь поверхности тела вращения.
4. Докажите, что если данная прямая параллельна двум плоскостям, то она параллельна линии их пересечения.

**Билет № 11**

1. Треугольный, и многогранный углы (формулировки и примеры).
2. Площадь боковой поверхности цилиндра.
3. Основание четырехугольной призмы — квадрат со стороной 10 см. Высота призмы 12 см. Диагональное сечение разбивает данную призму на две треугольные призмы. Найдите площади боковых поверхностей треугольных призм.
4. В правильной треугольной пирамиде высота равна стороне основания. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания.

**Билет № 12**

1. Призма (формулировки и примеры).
2. Признак перпендикулярности плоскостей.
3. Радиус основания конуса равен 14 см. Найдите площадь сечения, проведенного перпендикулярно его оси через ее середину
4. В цилиндр наклонно вписан квадрат так, что все его вершины лежат на окружностях основания. Найдите сторону квадрата, если высота цилиндра равна 2 см, а радиус основания равен 7 см.

**Билет № 13**

1. Прямая и правильная призмы (формулировки и примеры).
2. Свойства перпендикулярных прямой и плоскости (доказательство одного из них).
3. Шар с центром в точке  $O$  касается плоскости в точке  $A$ . Точка  $B$  лежит в плоскости касания. Найдите объем шара, если  $AB = 21$  см, а  $BO = 29$  см.
4. Определите, на каком расстоянии от вершины надо провести плоскость, параллельную основанию, чтобы площадь сечения была равна половине площади основания, если высота конуса равна  $h$ .

**Билет № 14**

1. Параллелепипед. Прямоугольный параллелепипед (формулировки и примеры).
2. Признак параллельности плоскостей.
3. Сферу на расстоянии 8 см от центра пересекает плоскость. Радиус сечения равен 15 см. Найдите площадь сферы.
4. Через сторону нижнего основания правильной треугольной призмы проведена плоскость, пересекающая боковые грани по отрезкам, угол между которыми равен  $\alpha$ . Найдите угол наклона этой плоскости к основанию призмы.

**Билет № 15**

1. Пирамида (формулировки и примеры).
2. Объем конуса.
3. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  проведено сечение через вершину  $C_1$  и ребро  $AB$ . Найдите периметр сечения, если сторона основания равна 24 см, а боковое ребро — 10 см.
4. Докажите, что если точка  $x$  равноудалена от концов данного отрезка  $AB$ , то она лежит в плоскости, проходящей через середину отрезка  $AB$  и перпендикулярной прямой  $AB$ .

**Билет № 16**

1. Правильная пирамида (формулировки и примеры).
2. Свойства изображения пространственных фигур на плоскости.
3. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $3\sqrt{2}$  см. Найдите площадь поверхности цилиндра.
4. Плоскость, параллельная основанию конуса, делит его боковую поверхность на две части, площади которых равны. В каком отношении, считая от вершины, эта плоскость делит высоту конуса?

**Билет № 17**

1. Цилиндр (формулировки и примеры).
2. Признак параллельности прямой и плоскости.
3. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 12 см и 16 см. Высота параллелепипеда — 8 см. Найдите площадь его полной поверхности.
4. Найдите боковую поверхность правильной четырехугольной пирамиды, у которой диагональное сечение равновелико основанию, если сторона основания равна  $a$ .

**Билет № 18**

1. Конус (формулировки и примеры).
2. Признак параллельности прямых.
3. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 5 см и 12 см, а диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите высоту параллелепипеда.
4. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $Q$ . Найдите площадь осевого сечения.

**Билет № 19**

1. Сфера и шар (формулировки и примеры).
2. Теорема о трех перпендикулярах.
3. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 12 см, а апофема — 15 см. Найдите боковое ребро пирамиды.
4. Дан прямоугольный параллелепипед. Угол между диагональю основания и одной из его сторон равен  $\alpha$ . Угол между этой стороной и диагональю параллелепипеда равен  $\alpha$ . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда, если диагональ основания равна  $k$ .